DOMAINE MATHEMATIQUES APPLIQUEES_13 ECTS

Présentation

Description

Évaluation

L'évaluation des acquis d'apprentissage est réalisée en continu tout le long du semestre. En fonction des enseignements, elle peut prendre différentes formes : examen écrit, oral, compte-rendu, rapport écrit, évaluation par les pairs...

Infos pratiques

Lieu(x)

Toulouse

DOMAINE MATHEMATIQUES APPLIQUEES

ECTS
13 crédits

Volume horaire
160.25h

Présentation

Description

Electifs
1 option(s) au choix parmi 2
- EDP2
- Probabilités avancées

Évaluation

L'évaluation des acquis d'apprentissage est réalisée en continu tout le long du semestre. En fonction des enseignements, elle peut prendre différentes formes : examen écrit, oral, compte-rendu, rapport écrit, évaluation par les pairs...

Infos pratiques

Lieu(x)

Toulouse

Eléments de modélisation statistique

ECTS

Volume horaire
60.25h

Présentation

Description

Programme (contenu détaillé) :

- Tests non paramétriques : fonction de répartition empirique, test de Kolmogorov d'adéquation, tests de comparaison de deux échantillons (Kolmogorov-Smirnov et test de Wilcoxon), tests de normalité (Kolmogorov et Shapiro-Wilk),
- Tests du khi-deux d'ajustement, d'adéquation à une famille de loi, d'indépendance et d'homogénéité,
- Modèle linéaire : estimation des paramètres (modèle régulier et singulier sous contraintes d'identifiabilité), intervalle de confiance pour les paramètres, intervalle de confiance pour la réponse moyenne, intervalle de prédiction, test de Fisher de sous-modèle, sélection de variables.
Régression linéaire, ANOVA à un et deux facteurs, ANCOVA,
- Planification expérimentale : plans fractionnaires, continus et mixtes. Plans optimaux.
- Modèle linéaire généralisé : inférence statistique, sélection de variables.
Régression logistique, modèle log-linéaire.

Objectifs

A la fin de ce module, l'étudiant devra avoir compris et pourra expliquer (principaux concepts) :

-L'utilisation de tests statistiques pour l'ajustement, l'indépendance ou la comparaison de deux populations
-Les caractéristiques d'un modèle linéaire et d'un modèle linéaire généralisé, et leur utilisation pour la modélisation statistique

L'étudiant devra être capable de :

-Choisir une procédure de test adaptée au problème posé
-Construire les tests statistiques non paramétriques pour l'ajustement, l'adéquation à une famille de lois, l'indépendance ou la comparaison de deux populations
-Choisir le bon type de modèle linéaire ou modèle linéaire généralisé adapté à un problème donné
-Estimer les paramètres d'un modèle linéaire et d'un modèle linéaire généralisé
-Utiliser des tests statistiques pour valider ou invalider des hypothèses sur les modèles linéaires et modèles linéaires généralisés
-Mettre en place une stratégie de sélection de variables
-Réaliser une analyse statistique complète sur des jeux de données réelles à l'aide d'un modèle linéaire et/ou d'un linéaire généralisé

Pré-requis nécéssaires

Probabilités et statistique (I2MIMT31)
Statistique (I3MIMT15)

Évaluation

L'évaluation des acquis d'apprentissage est réalisée en continu tout le long du semestre. En fonction des enseignements, elle peut prendre différentes formes : examen écrit, oral, compte-rendu, rapport écrit, évaluation par les pairs...

Infos pratiques

Lieu(x)

Toulouse

Optimisation

ECTS

Volume horaire
60h

Présentation

Description

Programme (contenu détaillé) :

- Eléments d'analyse convexe: convexité, semi-continuité inférieure, notion de sous-différentiel, éléments d'analyse pour l'algorithmie (fonctions à gradient Lipschitz, forte convexité, conditionnement)
- Conditions d'optimalité (conditions de Karush Kuhn Tucker, conditions suffisantes de second ordre)
- Dualité Lagrangienne
- Algorithmes pour l'optimisation différentiable sans contrainte et lien avec les EDO : généralités sur les méthodes de descente, algorithmes du gradient, algorithmes de Newton et quasi-Newton. Etude de convergence et vitesse de convergence en fonction de la géométrie des fonctions à minimiser.
- Algorithmes pour l'optimisation différentiable avec contrainte : SQP, méthodes de pénalisation, Lagrangien augmenté.
- Optimisation convexe : comment la convexité permet d'améliorer les vitesses de convergence des algorithmes.
- Algorithmes inertiels, accélération de Nesterov. Algorithmes de sous-gradient. Notion d'opérateur proximal, régularisation de Moreau, algorithmes proximaux. Méthodes de splitting: algorithme Forward Backward et accélération à la Nesterov (FISTA). Etude de convergence et vitesse de convergence sur la classe des fonctions convexes.

Objectifs

A la fin de ce module, l'étudiant.e devra avoir compris et pourra expliquer (principaux concepts) :
- Les conditions d'existence et d'unicité des solutions d'un problème d'optimisation (optimisation différentiable sous contrainte, optimisation convexe non différentiable).
- Les conditions d'optimalité: points de Karush Kuhn Tucker dans le cas différentiable avec contraintes, CNS d'optimalité en optimisation convexe sans contrainte.
- Le principe de la dualité: dualité Lagrangienne, dualité de Fenchel-Rockafellar
- Les algorithmes de type gradient et Newton, et leurs résultats de convergence, les algorithmes classiques de l'optimisation sous contrainte:
- Le principe général des algorithmes inertiels: accélération des algorithmes de gradient, généralisation au cas composite.

L'étudiant.e devra être capable de :
- Interpréter le comportement d'un algorithme comme discrétisation d'un système dynamique.
- Identifier des classes de problèmes d'optimisation et proposer des algorithmes adaptés en fonction de la géométrie des fonctions à minimiser.
- Mettre en œuvre et calibrer numériquement ces algorithmes.

Pré-requis nécéssaires

Bases du calcul différentiel et de l'algèbre linéaire.

Cours d'optimisation de 3ème année MIC

Évaluation

L'évaluation des acquis d'apprentissage est réalisée en continu tout le long du semestre. En fonction des enseignements, elle peut prendre différentes formes : examen écrit, oral, compte-rendu, rapport écrit, évaluation par les pairs...

Infos pratiques

Lieu(x)

Toulouse

EDP2 (électif)

Présentation

Description

Modélisation par EDP (équations non linéaires et en une dimension d¿espace)

1. Ecologie, Dynamique des populations, Epidémiologie (modèles de réaction-diffusion)
2. Trafic Routier, Ecologie (feux de forêt) (modèles de transport non linéaires)
3. Phénomènes ondulatoires (équations elliptiques)

Problèmes elliptiques : analyse et simulation

1. Formulation variationnelle : solutions faibles, dérivée faible, espaces de Sobolev
2. Méthode des éléments finis (en dimension 1 d'espace) : méthode de Galerkin, éléments P1 et P2, convergence et estimation d'erreur, propriétés qualitatives.

Problèmes hyperboliques : analyse et simulation
1. Méthode des caractéristiques, Solutions Faibles, chocs en temps fini, principe du maximum
2. Méthode des volumes finis (en dimension 1 d'espace) : schémas centrés, décentrés, principe du maximum discret, méthodes d'ordre 1 et 2.

Objectifs

A la fin de ce module, l'étudiant.e devra avoir compris et pourra expliquer (principaux concepts) :

- Les principaux modèles d'EDP pour la modélisation de phénomènes en biologie, épidémiologie, écologie, physique et sciences de l¿ingénieur.
- Les notions de dérivée faible et solutions faibles et les formulations variationnelles associées
- Les méthodes des éléments finis et des volumes finis : formulation, implémentation et convergence

L'étudiant.e devra être capable de :

- Écrire une formulation variationnelle d¿un problème d¿équations elliptiques
- Mettre en œuvre une méthode d¿éléments finis en une dimension d¿espace
- Resoudre des équations de transport scalaire par méthode des caractéristiques.
- Mettre en œuvre une méthode de volumes finis pour les équations hyperboliques en une dimension d¿espace

Liste des compétences :

1_1 Maitriser les concepts mathématiques et les outils calculatoires de l¿ingénieur
1_3 Mettre en place un raisonnement scientifique rigoureux et développer la capacité d¿abstraction
2_1 Maitriser les outils fondamentaux de l¿ingénieur mathématicien
2_2 Mettre en œuvre et valider des modèles mathématiques avancés et des solutions numériques adaptées
3_1 Formuler et modéliser des problèmes notamment dans les systèmes complexes

Pré-requis nécéssaires

Cours Équations différentielles ordinaires : modélisation par EDO, existence de solutions, étude qualitative, simulation numérique (convergence, stabilité, ordre de convergence)

Cours Introduction EDP1 (équations linéaires, résolution

explicite, méthode des différences finies)

Évaluation

L'évaluation des acquis d'apprentissage est réalisée en continu tout le long du semestre. En fonction des enseignements, elle peut prendre différentes formes : examen écrit, oral, compte-rendu, rapport écrit, évaluation par les pairs...

Infos pratiques

Lieu(x)

Toulouse

Probabilités avancées (électif)

Présentation

Description

Programme (contenu détaillé) :

- Espérance conditionnelle, filtration, martingale, surmartingale et sous-martingale, théorèmes de décomposition de Doob, d'arrêt, variation quadratique, inégalités maximales, théorèmes de convergence, loi des grands nombres et théorème central limite pour les martingales, estimation paramétrique par maximum de vraisemblance dans des modèles markoviens.
- Présentation des algorithmes de type Robbins-Monro et liens avec résultats classiques (Loi des Grands Nombres), Lemme de Robbins-Siegmund, Théorèmes de convergence de Robbins-Monro, Applications à différents problèmes (algorithme du bandit, quantile, quantification, Régression linéaire en grande dimension).
- Estimation de paramètres dans un modèle ARMA Gaussien.
- Algorithmes Stochastiques de Robbins Monro

Objectifs

A la fin de ce module, l'étudiant devra avoir compris et pourra expliquer (principaux concepts) :
- Le conditionnement, la filtration de l'information, les propriétés principales des martingales ainsi que quelques-unes de ses utilisations en modélisation.
- La mise en oeuvre d'algorithmes stochastiques de type Robbins-Monro.

L'étudiant devra être capable de :

- Calculer une espérance conditionnelle, montrer qu'un processus aléatoire est une martingale, utiliser les théorèmes de décomposition de Doob, d'arrêt et de convergence des martingales, en particulier pour l'estimation paramétrique par maximum de vraisemblance.
- Construire et étudier la convergence d'algorithmes d'optimisation de type descente de gradient « randomisée », mettre en application sur des exemples (quantile, quantification optimale,...)

Pré-requis nécéssaires

Probabilités et statistiques (2MIC S4)
Probabilités et Analyse de Données (3MIC S5)
Compléments de probabilités (3MIC-MA S5)

Évaluation

L'évaluation des acquis d'apprentissage est réalisée en continu tout le long du semestre. En fonction des enseignements, elle peut prendre différentes formes : examen écrit, oral, compte-rendu, rapport écrit, évaluation par les pairs...

Infos pratiques

Lieu(x)

Toulouse