

## **DOMAINE MATHEMATIQUES 1**

## Présentation

### Description

### Évaluation

L'évaluation des acquis d'apprentissage est réalisée en continu tout le long du semestre. En fonction des enseignements, elle peut prendre différentes formes : examen écrit, oral, compte-rendu, rapport écrit, évaluation par les pairs...

## Infos pratiques

## Lieu(x)



Toulouse





## Analyse 1

### Présentation

### Description

Séries numériques

- 1. Introduction, Sommes partielles et techniques de sommation
- 2. Séries à termes positifs, théorème de comparaison
- 3. Séries à termes quelconques : convergence absolue, critère des séries alternées

Illustrations : notion d'erreur numérique, représentation des nombres en machine

Topologie des espaces vectoriels normés

- 1. Normes et EVN, Comparaison de normes
- 2. Suites dans un EVN et convergence
- 3. Topologie : ouverts, fermés, adhérence, densité
- 4. Limite, Continuité de fonctions, compacité
- 5. Applications linéaires entre EVN : continuité, normes subordonnées

Illustrations : méthodes itératives de résolution de systèmes linéaires, conditionnement de matrices

Calcul différentiel en dimension finie

- 1. Notion de différentielle pour les fonctions de plusieurs variables
- 2. Dérivées partielles d'ordre 1 et d'ordre supérieur
- 3. Développement de Taylor, Inégalité des accroissements finis
- 4. Théorème d'inversion locale, théorème des fonctions implicites.

Illustration numérique : Méthode de Newton pour la résolution de systèmes d'équations non linéaires.

### **Objectifs**

A la fin de ce module, l'étudiant.e devra avoir compris et pourra expliquer (principaux concepts) :

- La notion de série numérique et la notion convergence de série numérique.
- La notion de différentielle d'une fonction de plusieurs variables, de dérivée partielle et du lien avec la différentielle
- Les notions de normes, de convergence de suite dans un espace vectoriel normé, de limite, de notions topologiques simples : ouverts, fermés, compacité

L'étudiant.e devra être capable de :

Mobiliser les principaux théorème du cours pour :

- Etudier la convergence d'une série numérique par majoration, comparaison
- Etudier la différentiabilité d'une fonction de plusieurs variables, en faire un développement limité
- Manipuler la notion de norme, étudier la topologie d'un sous-ensemble d'un EVN, étudier la convergence de suites ou les limites de fonctions à valeurs dans un EVN.

## Pré-requis nécéssaires

Cours d'analyse de 1ere année : fonctions, limite, continuité, dérivabilité en une dimension, algèbre linéaire (espaces vectoriels, applications linéaires, matrices, vecteurs)

### Évaluation





L'évaluation des acquis d'apprentissage est réalisée en continu tout le long du semestre. En fonction des enseignements, elle peut prendre différentes formes : examen écrit, oral, compte-rendu, rapport écrit, évaluation par les pairs...

# Infos pratiques

## Lieu(x)

Toulouse





## Algèbre linéaire

## Présentation

### Description

Résolution de systèmes linéaires

- 1. Elimination de Gauss, Manipulation lignes/colonnes. Interprétation Matricielle
- 2. Critère d'existence de solution : noyau, rang, matrices à diagonale strictement dominante
- 3. Factorisation LU

Espaces préhilbertiens et euclidiens

- 1. Produit scalaire : exemples, propriétés
- 2. Orthogonalité : Pythagore, Bases orthogonales, Projection orthogonale
- 3. Applications : moindres carrés linéaires, factorisation OR

Réduction d'endomorphismes

- 1. Eléments propres : valeurs propres, vecteurs propres (à droite et à gauche), polynôme caractéristique
- 2. Diagonalisation, trigonalisation, lemme des noyaux, théorème de Cayley-Hamilton
- 3. Applications : systèmes différentiels et récurrences linéaires, calcul du spectre (méthode de la puissance)

Endomorphismes d'espaces euclidiens

- 1. Isométries, Matrices Orthogonales
- 2. Endomorphismes adjoints, auto-adjoints et réduction
- 3. SVD (application : visualisation de données)

**Espaces hermitiens** 

- 1. Produit Hermitien, Orthogonalité
- 2. Endomorphismes d'espaces hermitiens (adjoint, réduction)

### **Objectifs**

A la fin de ce module, l'étudiant.e devra avoir compris et pourra expliquer (principaux concepts) :

- Connaître les principaux résultats de factorisation de matrice : LU, QR, SVD
- Connaître les principaux résultats de réduction de matrices
- Connaitre la notion de produit scalaire et d'orthogonalité
- Connaître la notion d'adjoint d'endomorphismes d'espace euclidiens, d'isométrie et d'endomorphismes auto-adjoints.

L'étudiant.e devra être capable de :

- Résoudre des systèmes linéaires par manipulation ligne colonne et savoir en donner une interprétation matricielle.
- Calculer une base orthogonale, une projection orthogonale
- Donner une interprétation matricielle des principales classes d'endomorphismes d'espaces euclidiens
- Diagonaliser et Trigonaliser des matrices simples.
- Résoudre un problème aux moindres carrés et appliquer une décomposition SVD numériquement.

Liste des compétences :

- 1\_1 : Maitriser les concepts mathématiques et les outils calculatoires de l'ingénieur
- 1\_2 : Mettre en place un raisonnement scientifique rigoureux et développer la capacité d'abstraction
- 2\_1 :Maitriser les outils fondamentaux de l'ingénieur mathématicien

### Pré-requis nécéssaires

Algèbre linéaire de première année : espaces vectoriels,





applications linéaires, matrices, notion d'image et de noyau d'une application linéaire

## Évaluation

L'évaluation des acquis d'apprentissage est réalisée en continu tout le long du semestre. En fonction des enseignements, elle peut prendre différentes formes : examen écrit, oral, compte-rendu, rapport écrit, évaluation par les pairs...

# Infos pratiques

## Lieu(x)

Toulouse

